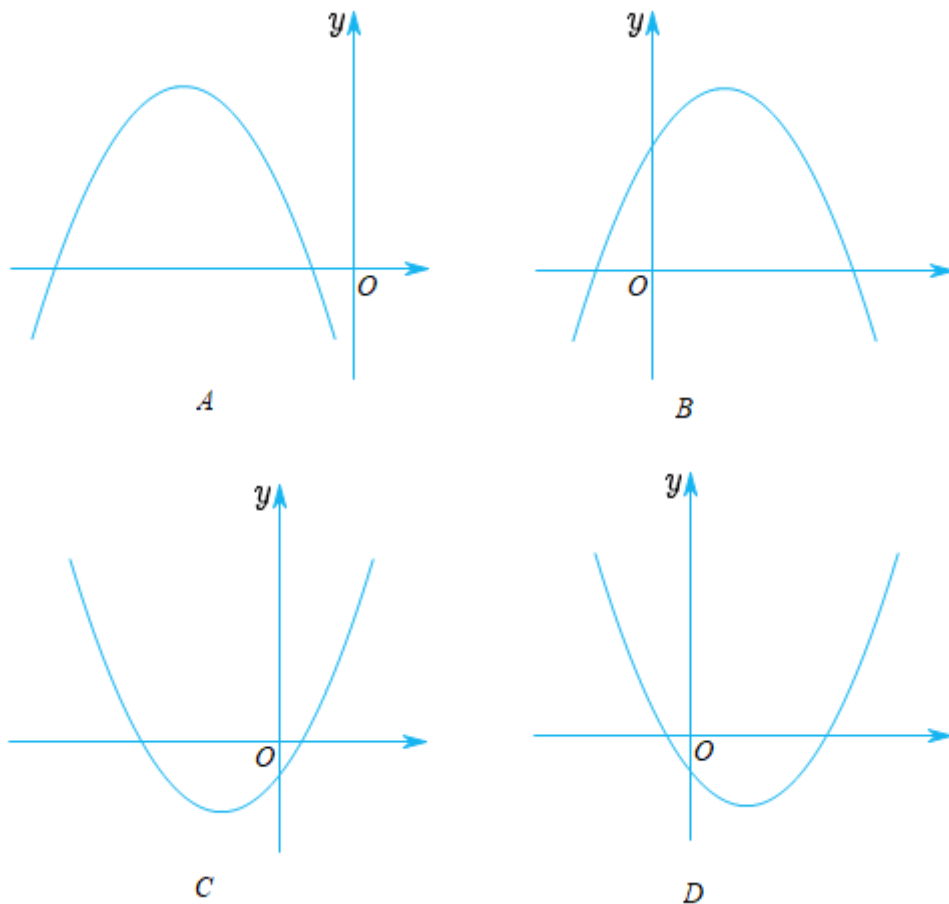


## 二次函数01

VectorAB

1. (2010年安徽高考) 设 $abc > 0$ , 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可能是 ( )



2. 已知 $f(x) = x^2 + x + 1$ , 求 $\frac{f(2023)f(2022)}{f(2023^2)}$ 的值.

3. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ , 求 $f(\frac{x_1 + x_2}{2}) - \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ 的值.

4. 二次函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 8$ ,  $f(3) = 16$ ,  $f(5) = 32$ , 求 $f(x)$ .

5. 已知 $a, b, c$ 为互不相等的实数,  $x$ 是任意实数, 求 $\frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} + \frac{(x-b)^2}{(c-b)(a-b)} + \frac{(x-c)^2}{(a-c)(b-c)}$ 的值.

6. 已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 的顶点为  $C$ ，且图像与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点，若  $\triangle ABC$  为正三角形，求  $b^2 - 4ac$  的值.

7. 已知  $m$  为实数，若满足不等式  $|x^2 - 4x + m| \leq 2$  的实数  $x$  有且仅有一个，求实数  $m$  的值.

8. 已知  $a, b, c$  为互不相等的正整数，试找出一个二次多项式  $P(x) = kx^2 + lx + m$ ，其中  $k, l, m$  是整数，且  $k > 0$ ，使得  $P(a) = a^3, P(b) = b^3, P(c) = c^3$ .

9. (2017年高中数学联赛) 设  $k, m$  为实数，不等式  $|x^2 - kx - m| \leq 1$  对任意  $x \in [x_1, x_2]$  成立，求  $x_2 - x_1$  的最大值.

10. 已知  $f(x)$  是二次函数， $f(-2) = 0$ ，且  $2x \leq f(x) \leq \frac{x^2 + 4}{2}$ ，求  $f(10)$ .

11. (2013年波兰) Let  $b, c$  be integers and  $f(x) = x^2 + bx + c$  be a trinomial. Prove that if for integers  $k_1, k_2$  and  $k_3$  values of  $f(k_1), f(k_2)$  and  $f(k_3)$  are divisible by integer  $n \neq 0$ , then product  $(k_1 - k_2)(k_2 - k_3)(k_3 - k_1)$  is divisible by  $n$  too.

12. (2022年保加利亚春季数学竞赛) Let  $f(x)$  be a quadratic function with integer coefficients. If we know that  $f(0), f(3)$  and  $f(4)$  are all different and elements of the set  $\{2, 20, 202, 2022\}$ , determine all possible values of  $f(1)$ .