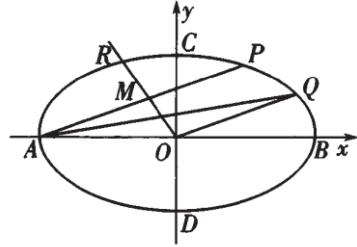


解析几何

1. 平面直角坐标系中, 直线 l 过双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的一个焦点, 且与双曲线交于 A, B 两点. 若以 AB 为直径的圆与 y 轴相切, 则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 双曲线的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 一条过 F_2 的直线与双曲线的右支交于 A, B 两点. 若 $\triangle F_1 AB$ 为正三角形, 则双曲线的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 在平面直角坐标系中, 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 交于 $P(3, 2), Q$ 两点, 两圆半径之积为 $\frac{13}{2}$. 若两圆均与直线 $l: y = kx$ 和 x 轴相切, 则直线 l 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 其左、右焦点为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$. 实数 a, b, c 构成等比数列. 设 P 为椭圆 E 上任意一点, I 为 ΔPF_1F_2 的内心, y_P, y_I 分别为点 P, I 的纵坐标, 则 $\frac{|y_P|}{|y_I|}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 和抛物线 $y^2 = \frac{1}{2}ax$ 交于点 A, B , 点 P 为椭圆的右顶点, 若 O, A, P, B 四点共圆, 则椭圆的离心率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{20} = 1 (a > 2\sqrt{5})$ 的左焦点为 F , 点 $P(1, 1)$. 已知过点 P 的直线 l 与椭圆交于点 A, B , M 为 AB 的中点, 使得 $|FM|$ 是 $|FA|$ 与 $|FB|$ 的等比中项. 求 a 的最小正整数值, 并求此时 l 的方程.
7. 已知点 $M(-1, 0), N(1, 0)$, $\triangle MNQ$ 的周长为6, 动点 Q 的轨迹为曲线 C , P 是圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上任一点(不在 x 轴上), PA, PB 分别与曲线 C 切于点 A, B . 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值(O 为坐标原点).
8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 P 为圆心的圆与双曲线 $xy = 1$ 交于点 A, B, C, D . 记线段 AB, CD 的中点分别为 E, F . 证明: 四边形 $OEPF$ 为平行四边形.
9. 已知双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 的左、右焦点分别为点 F_1, F_2 , 过定点 $P(2, 3)$ 作双曲线 $x^2 - y^2 = 2$ 的切线, 切点分别为 A, B , 且点 A 的横坐标小于点 B 的横坐标.
- (1) 求直线 AB 的方程;
- (2) 证明: $\angle F_1 PA = \angle F_2 PB$.
10. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, $A(-4, 0), B(4, 0)$, C 为椭圆 Γ 外一点, CA, CB 分别与椭圆 Γ 的切线交于点 R, S , 过点 B, P 的椭圆 Γ 的切线交于点 S . 证明: R, C, S 三点共线.

11. 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, A, B, C, D 分别为椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右、上、下顶点, 设 P, Q 为 Γ 上位于第一象限的两点, 且满足 $OQ \parallel AP$, M 为线段 AP 的中点, 射线 OM 与椭圆 Γ 交于点 R . 证明: 线段 OQ, OR, BC 能构成一个直角三角形.



12. 设 F 是椭圆 $E: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 的左焦点, 过点 F 且斜率为正的直线 l 与 E 相交于 A, B 两点, 过点 A, B 分别作直线 AM 和 BN 满足 $AM \perp l, BN \perp l$, 且直线 AM, BN 分别与 x 轴相交于 M, N . 求 $|MN|$ 的最小值.

13. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 作弦 BC , 若弦 BC 的垂直平分线交 BC 于 M , 交 x 轴于 N . 求证: $|MN|^2 = |FB| \cdot |FC|$.

14. 设抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $M(p, 0)$ 作两条相互垂直的直线 l_1, l_2 , 分别与抛物线 E 交于点 A 与 C , B 与 D . 若 A, B, C, D 四点共圆于 Γ , 求直线 l_1 的斜率及圆 Γ 的方程.

15. 设 A, B, C 为抛物线 $y = x^2$ 上不同的点, R 为 $\triangle ABC$ 外接圆的半径, 求 R 的取值范围.